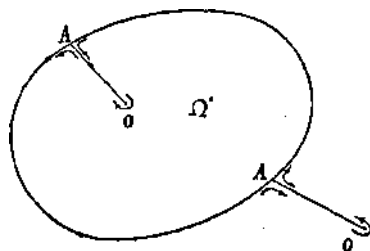


ovvero situato in un punto del contorno in cui due elementi contigui fanno l'angolo ϵ . È facile vedere che questo ultimo caso è il generale, ed abbraccia quello del punto



interno e del punto esterno. Infatti, in queste due ultime ipotesi, si può aggiungere al primitivo contorno una linea che vada da un punto A del contorno stesso al punto O e che ritorni poscia sopra sé stessa a raggiungere nel punto A il contorno : con ciò non si alterano né gli integrali d'area, né quelli di contorno. Ma considerando questa linea doppia come facente parte del contorno, è chiaro che l'angolo, interno all'area, dei due elementi sovrapposti che terminano in O, è uguale a 0 quando O è esterno all'area, ed uguale a 2π quando O è interno. Ciò vale anche per la (29). È utile fare la seguente osservazione circa il valore dell'esponente positivo α , che figura nel valore di R. Il prodotto reciproco dei due raggi di curvatura principali è dato, come si sa, dalla formola

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} \sim r^{\alpha-2} \quad \text{e} \quad -\frac{1}{r} \frac{dR}{dr} = N$$

quindi il suo valore per $r = 0$, cioè nel punto O, è nullo, finito od infinito secondo che α è maggiore, uguale o minore di 2. Quando dunque l'esponente α , positivo, è minore di 2, la superficie non ha nel punto O una curvatura ordinaria.

La formola (28) esprime, rispetto alle superficie, un teorema analogo a quello di GREEN per lo spazio di tre dimensioni.

VII.

Poiché il binomio $v(Udu - Vdv)$ dev'essere un differenziale esatto, si deve avere

$$\text{ossia} \quad \frac{dv}{du} = \frac{U}{V} \quad \text{e} \quad \frac{d}{du} \left(\frac{U}{V} \right) = - \frac{U}{V^2} \frac{dV}{du}$$